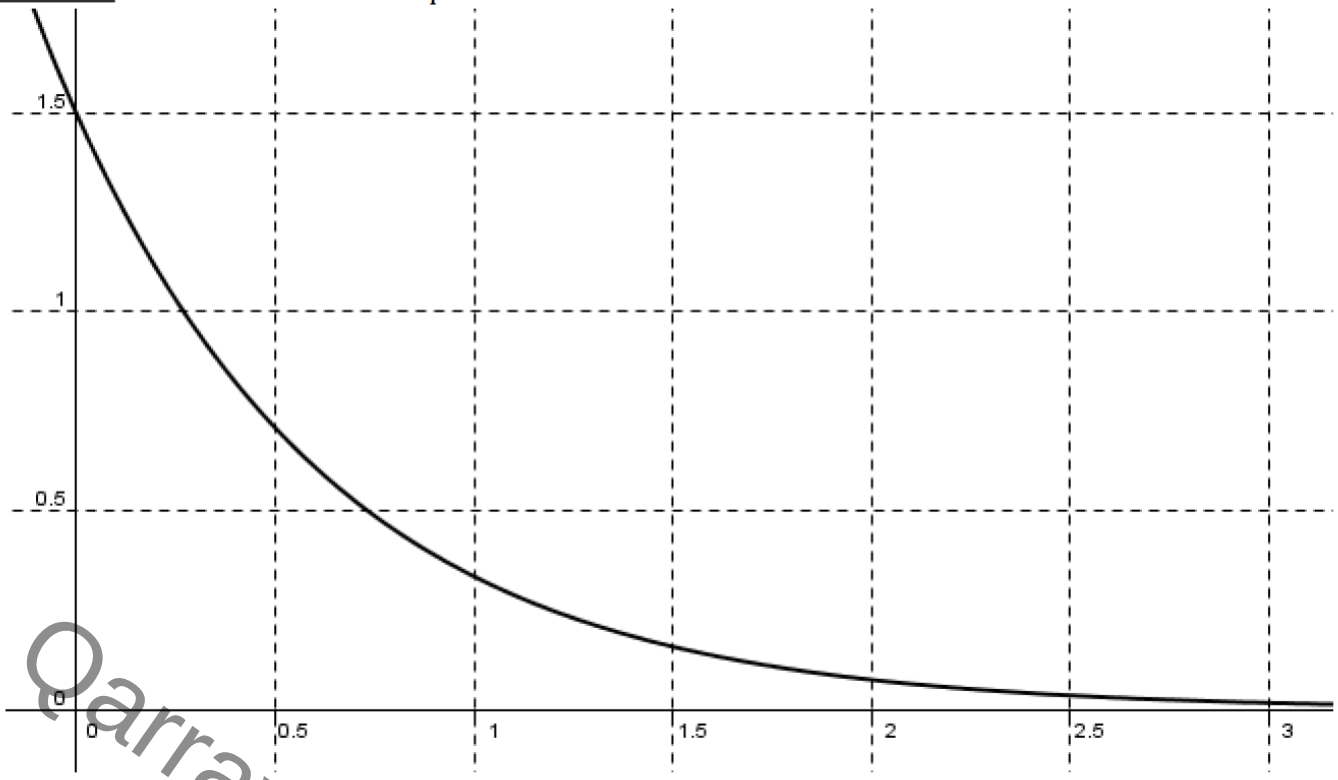
EXERCICE N°3 : 25' 5 points

Soit une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

Partie A : La courbe ci-dessous représente la fonction densité associée :



1. Interpréter sur le graphique la probabilité $p(X \leq 1)$

2. Indiquer sur le graphique où se lit directement le paramètre λ .

PartieB : On pose λ = 1,5.

1. Calculer $p(X \leq 1)$. On en donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3}près par excès.

2. Calculer $p(X \geq 2)$

3. Déduire des calculs précédents l'égalité suivante :

$$p(1 \leq X \leq 2) = 0{,}173 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

4. Calculer à l'aide d'une intégration par parties :

$$F(x) = \int_0^x 1{,}5e^{-1{,}5t}tdt$$

Déterminer la limite quand $x \mapsto +\infty$ de $F(x)$.

On obtient ainsi l'espérance de la variable X.

Partie C : Une machine outil fabrique des cylindres.

On mesure l'écart, en dixièmes de millimètres, entre le diamètre des cylindres et la valeur de réglage de la machine. On suppose que cet écart suit une loi exponentielle de paramètre λ = 1,5.

* si l'écart est inférieur à 1, le cylindre est accepté

* si l'écart est compris entre 1 et 2, on procède à une rectification qui permet d'accepter le cylindre dans 80 % des cas.

* si l'écart est supérieur à 2, le cylindre est refusé.

1. On prélève au hasard un cylindre dans la production.

a. Montrer que la probabilité qu'il soit accepté est égale à 0,916 à 10^{-3}près.

b. Sachant qu'il est accepté, quelle est la probabilité qu'il ait subi une rectification ?

2. On prélève de manière indépendante dix cylindres de la production. On suppose le nombre de cylindres suffisamment important pour assimiler ce tirage à des tirages successifs avec remise.

a. Quelle est la probabilité que les dix cylindres soient acceptés ?

b. Quelle est la probabilité qu'au moins un cylindre soit refusé ?

Qarray.tn -Aqua Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqua Blech- Qarray.tn